Решим задачу иначе

Нестандартные приемы решения задач применяют тогда, когда стандартные способы вызывают определенные трудности. Нужно ли применять такие приемы при решении стандартных задач — вопрос спорный. Ниже применяется один из таких приемов для решения текстовых задач различного содержания для 6–7-х классов.

Эти задачи допускают чисто арифметическое решение. Иногда такое решение бывает длинным и возникает мысль воспользоваться конкретными условиями задачи для сокращения вычислений. Для примера решим сначала совсем простую задачу с целью понять суть применяемого приема.

Задача № 1

На двух полках стоит 120 книг, на первой — в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг стоит на каждой полке?

Задача легко решается алгебраически. Арифметический способ — решить «задачу на части» — фактически ничем не отличается от алгебраического.

Решим задачу иначе. Допустим, что книг на полках еще нет, их нужно расставить. Можно на первую полку поставить 3 книги, на вторую – одну, затем все повторить, и так до тех пор, пока все книги не будут расставлены.

Этот способ можно улучшить, если заметить, что 120 кратно 10. Поставим на первую полку сразу 30 книг, а на вторую — 10, всего 40 книг. Повторим эту расстановку 3 раза. Все книги расставлены.

Ответ: 90 книг, 30 книг.

Применим этот прием для решения задачи «на движение».

Задача № 2

Собака увидела в 150 м зайца, который за 2 мин. пробегает 500 м, а собака за 5 минут 1300 м. Через какое время собака догонит зайца?

За 10 минут собака пробежит 2600 м, а заяц 2500 м. Расстояние между ними сократится за это время на 2600 – 2500 = 100 м. Чтобы догнать зайца, собаке потребуется в 150 : 100 = 1,5 раза больше времени.

Ответ: 15 минут.

Такой способ решения короче стандартного. Почему выбрано время 10 минут? Число 10 — наименьшее общее кратное чисел 2 и 5. В следующих задачах этот прием используется уже без оговорок.

Задача № 3

Теплоход плывет от пункта *А* до пункта *Б* по течению реки 5 часов. Обратный путь занимает 6 часов. За какое время доплывет плот от пункта А до пункта *Б*?

Задача имеет сходство с задачами на совместную работу, а потому часто расстояние от *А* до *Б* выбирают единицей длины.

Без ограничения общности можно считать расстояние от *А* до *Б* равным 30 км. Скорость теплохода по течению тогда составит 6 км/ч, а в обратном направлении — 5 км/ч. Скорость течения равна $\frac{6-5}{2}=0,5$ км/ч. Плот доплывет от *А* до *Б* за $\frac{30}{0,5}=60$ ч.

Ответ: 60 часов.

Задача на совместную работу — задача № 1168 из учебника «Арифметика-6» [1].

Задача № 4

Перепечатка доклада поручена двум машинисткам. Более опытная из них могла бы выполнить всю работу за 2 часа, менее опытная — за 3 часа. За сколько времени перепечатают они доклад, если разделят между собой работу так, чтобы выполнить ее в кратчайший срок?

За 6 часов более опытная машинистка может перепечатать 3 таких доклада, а вторая – 2. При совместной работе за это время будет перепечатано 5 докладов. Для перепечатки одного доклада потребуется в 5 раз меньше времени.
Ответ: 1 час 12 минут.

В условии указано имя автора задачи, Я.И. Перельмана. Представленное решение полезно сравнить с авторским [2].

Решим еще одну задачу Я.И. Перельмана.

Задача № 5

В мастерской отремонтировано в течение месяца 40 машин – автомобилей и мотоциклов. Всех колес выпущено было из ремонта ровно 100. Спрашивается, сколько было в ремонте автомобилей и мотоциклов?

Обратим внимание, что числа в условии задачи кратны 10, поэтому за три дня будет отремонтировано 4 машины, всех колес будет выпущено ровно 10.

Ясно, что число автомобилей меньше трех. Два автомобиля и два мотоцикла имеют вместе 12 колес, а один автомобиль и три мотоцикла как раз 10.
Ответ: 10 автомобилей, 30 мотоциклов.

Возможно, авторское решение проще, но и приведенное решение заслуживает внимания.

Очень интересна задача № 699 из учебника [1].

Задача № 6

Остап Бендер купил для «Антилопы-Гну» 4 новых колеса. Адам Козлевич знает, что передние колеса автомобиля изнашиваются через 12 тыс. км пробега, а задние – через 8 тыс. км пробега. Какой наибольший путь может проехать «Антилопа-Гну», если Адам Козлевич догадается вовремя поменять задние колеса с передними?

Сменим колеса через 1000 км пробега, проехав еще 1000 км, остановимся. Оказывается, все колеса изношены одинаково на $\frac{1}{12}+\frac{1}{8}=\frac{5}{24}$ от полного износа. Полностью колеса будут изношены через $\frac{2\cdot 24}{5}=9,6$ тыс. км.

Ответ: 9600 км.

Задача оказалась похожей на задачу № 4. Если сменить колеса впервые (мысленно) через 24 тыс. км, то еще через 24 тыс. км все колеса будут одинаково изношены в 5 раз больше нормы. Разумеется, вместо 1 тыс. или 24 тыс. можно взять другое число.

В заключение решим задачу, где требуется составлять уравнение, – задачу № 387 из учебника «Алгебра-8» [3].

Задача № 7

Расстояние между двумя городами 60 км. Из первого города во второй выезжают одновременно две автомашины. Скорость первой на 20 км/ч больше, и она прибывает во второй город на полчаса раньше. Определите скорость каждой машины.

Пусть скорость одной машины будет x км/ч, а второй (x – 20) км/ч. Если расстояние между городами увеличить до x(x – 20) км, то первая машина прибудет во второй город на 20 часов раньше второй. Это в 40 раз больше данных в условии задачи полчаса.

Составим уравнение $\frac{x(x-20)}{60}=40.$

Легко проверить, что x = 60 – корень уравнения. Составленное уравнение после несложных преобразований сводится к квадратному с отрицательным свободным членом. Согласно теореме Виета, других положительных корней нет.
Ответ: 60 км/ч, 40 км/ч.

Отметим, что все решенные задачи отличались по тематике, хотя при их решении использовался один и тот же прием. Возможно, этот прием будет интересен учащимся 6–7-х классов.

Литература

1. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Арифметика. Учеб. для 6 кл. общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2003. С. 244, 141.
2. Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты. М.: Детгиз, 1959. С. 202–203, 205–206.
3. Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра. Учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2000. С. 113.